

## 15<sup>ο</sup> Εθνικό Συνέδριο Ενέργειας, «Ενέργεια & Ανάπτυξη 2010»

Αθήνα, 22-23 Νοεμβρίου 2010

### ΜΕΤΡΑ ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΟΥ ΤΩΝ ΕΚΠΟΜΠΩΝ CO<sub>2</sub> ΚΑΙ ΑΝΑΠΤΥΞΗΣ ΤΩΝ ΑΝΑΝΕΩΣΙΜΩΝ ΠΗΓΩΝ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ ΜΕΣΑ ΣΕ ΠΕΡΙΒΑΛΛΟΝ ΑΝΤΑΓΩΝΙΣΜΟΥ

Δρος Ευαγγέλου Λεκατσά

#### Εισαγωγή

Η Ευρωπαϊκή Ένωση, με αξιοσημείωτη επιμονή και συνέπεια, επιδιώκει την ανάπτυξη ΑΠΕ στον Ευρωπαϊκό χώρο προκειμένου να αντιμετωπιστεί επιτυχώς και εγκαίρως ο κίνδυνος από την εξελισσόμενη κλιματική αλλαγή. Προς τον σκοπό αυτό εξέδωσε αρχικά τις Οδηγίες 2001/77/EK και 2003/30/EK, τις οποίες πρόσφατα αντικατέστησε με την Οδηγία 2009/28/EK «σχετικά με την προώθηση της χρήσης ενέργειας από ανανεώσιμες πηγές». Στις περισσότερες Ευρωπαϊκές χώρες, αλλά και στην Ελλάδα, καταβάλλονται προσπάθειες, όχι μόνο μεταφοράς των Οδηγιών αυτών στα Εθνικά δίκαια, αλλά και δημιουργίας κινήτρων με σκοπό την, κατά το δυνατόν, ευρύτερη δυνατή ανάπτυξη των ΑΠΕ και την μείωση των εκπομπών αερίων του θερμοκηπίου. Οι πολιτικές και τα ήδη θεσπισθέντα ισχυρά κίνητρα αναμένεται ότι θα οδηγήσουν στην εγκατάσταση σημαντικής ισχύος μονάδων ΑΠΕ γεγονός που: (α) επηρεάζει την ασφαλή και αξιόπιστη λειτουργία των συστημάτων ηλεκτρισμού μίας χώρας, (β) περιορίζει τον ανταγωνισμό λόγω της προτιμησιακής ένταξης των μονάδων ΑΠΕ στο Σύστημα και (γ) αυξάνει σημαντικά το κόστος που τελικά πρέπει να πληρώσουν οι καταναλωτές.

Στην παρούσα εισήγηση δεν εξετάζουμε την πρώτη περίπτωση, δηλαδή, τα προβλήματα ασφαλείας που δημιουργεί η εισαγωγή ευρείας κλίμακος μονάδων ΑΠΕ σε ένα σύστημα, αλλά αναλύονται οι συνέπειες σε ότι αφορά στην ανταγωνιστική λειτουργία της αγοράς και στο κόστος της παρεχόμενης ενέργειας στους καταναλωτές. Εκτός από τα μέτρα υπέρ της ευρείας κλίμακος εισαγωγής παραγωγής ηλεκτρισμού από ΑΠΕ η Ευρωπαϊκή Επιτροπή μελετά την προσαρμογή της Οδηγίας 2003/96/EK με την εισαγωγή ενός φόρου επί των εκπομπών CO<sub>2</sub> προκειμένου να επιτευχθεί μία μείωση των εκπομπών αυτών. Είναι φανερό ότι ένα τέτοιο ενδεχόμενο, εάν τελικώς υιοθετηθεί, θα συναντήσει την σφοδρή αντίδραση των καταναλωτών οι οποίοι θα κληθούν αφενός να καταβάλλουν σημαντικά ποσά μέσω του τέλους ΑΠΕ για την πληρωμή των παραγωγών ΑΠΕ σε προκαθορισμένες τιμές (feed-in tariffs) και αφετέρου θα αναγκαστούν, πάλι για περιβαλλοντικούς λόγους περιστολής των εκπομπών CO<sub>2</sub>, να πληρώσουν φόρο. Προς αποφυγή μίας τέτοιας αντίδρασης, στην παρούσα πρόταση διερευνάται η δυνατότητα τα εκ του φόρου επί των εκπομπών CO<sub>2</sub> έσοδα να χρησιμοποιούνται για την πληρωμή μέρους της αξίας της ενέργειας που παράγεται από ΑΠΕ, περιοριζομένου, φυσικά, του τέλους ΑΠΕ. Η προτεινόμενη μέθοδος εντάσσει, μέσα στην καθημερινή ανταγωνιστική αγορά ηλεκτρισμού, την διαδικασία συγκέντρωσης των ποσών από την «φορολόγηση» των εκπομπών CO<sub>2</sub> των συμβατικών μονάδων παραγωγής. Η τιμή «φορολόγησης» είναι τέτοια ώστε να συγκεντρώνεται ένα ποσοστό ξ του ποσού το οποίο απαιτείται για να πληρωθούν, στη συνέχεια, σε καθημερινή βάση και με τις προκαθορισμένες διοικητικά τιμές, οι παραγωγοί ΑΠΕ. Το υπόλοιπο τμήμα (1-ξ) του οφειλόμενου ποσού στους παραγωγούς ΑΠΕ θα συγκεντρώνεται μέσω του ήδη υφιστάμενου τέλους ΑΠΕ, με ενσωμάτωσή του στην Οριακή Τιμή Απομάστευσης, η οποία, εκτός από την Οριακή Τιμή Συστήματος θα πρέπει να περιλαμβάνει τόσο το ως άνω τμήμα του τέλους ΑΠΕ όσο

και άλλες δαπάνες που, στο ισχύον σήμερα καθεστώς, δεν εμφανίζονται, αλλά καταβάλλονται, εκτός της καθημερινής Αγοράς, με πλάγιο τρόπο.

## Περιγραφή της μεθόδου

Έστωσαν :

- $Q_i$  = οι ποσότητες συμβατικής παραγωγής ηλ. ενέργειας (H/E) σε **MWh/h**
- $q_k$  = οι ποσότητες H/E από ΑΠΕ σε **MWh/h**
- $\tau$  = η διοικητικά καθορισμένη τιμή φορολόγησης των εκπεμπόμενων ρύπων  $CO_2$  σε **€/TCO<sub>2</sub>**
- $\eta_i$  = ο συντελεστής παραγόμενου  $CO_2$  ανά μονάδα H/E σε **TCO<sub>2</sub>/MWh**
- $L$  = το συνολικό ανελαστικό ηλεκτρικό φορτίο σε **MWh/h**
- $b_i$  = η τιμή της προσφερόμενης συμβατικής παραγωγής H/E  $Q_i$  σε **€/MWh**
- **CAP** = η διοικητικά καθορισμένη μέγιστη επιτρεπόμενη τιμή προσφοράς μιας ποσότητας συμβατικής παραγωγής  $Q_i$  σε **€/MWh**. Το **CAP** εκφράζει επίσης την κοινωνική αξία του ανελαστικού φορτίου **L**.
- $D_j$  = οι ποσότητες ελαστικού φορτίου σε **MWh/h**
- $c_j$  = οι τιμές των ποσοτήτων ελαστικού φορτίου σε **€/MWh**
- $f_k$  = η διοικητικά καθορισμένη τιμή (feed-in tariff) αγοράς της παραγωγής  $q_k$  από ΑΠΕ σε **€/MWh**
- $w_k$  = το κόστος κατασκευής μίας μονάδας ΑΠΕ συνολικής ισχύος  $q_{kmax}$  σε **€/MW-h**
- $\xi$  = ποσοστό της αμοιβής της παραγωγής από ΑΠΕ που θα καλύπτεται από τα έσοδα από την φορολόγηση των ρύπων
- $\lambda$  = η Οριακή Τιμή Συστήματος σε **€/MWh**, δηλαδή η τιμή που προκύπτει από τον ανταγωνισμό μεταξύ των παραγωγών και με την οποία αμείβονται όλοι οι παραγωγοί.

Το πλεόνασμα κάθε συμβατικού παραγωγού θα είναι ίσο προς:

$$\Pi_i = \lambda \cdot Q_i - b_i \cdot Q_i - \tau \cdot \eta_i \cdot Q_i$$

Το πλεόνασμα κάθε παραγωγού ΑΠΕ περιλαμβάνει τόσο την αμοιβή από την Αγορά στην τιμή  $\lambda$ , όσο και την πρόσθετη αμοιβή με την διοικητικά καθορισμένη τιμή  $f_k$ . Άρα θα είναι ίσο προς:

$$\pi_k = \lambda \cdot q_k + f_k \cdot q_k - w_k \cdot q_{kmax}$$

Το πλεόνασμα των ανελαστικών καταναλωτών θα είναι:

$$K = CAP \cdot L - \lambda \cdot L$$

Τέλος το πλεόνασμα κάθε ελαστικού καταναλωτού θα είναι:

$$\Delta_j = c_j \cdot D_j - \lambda \cdot D_j$$

Επομένως το συνολικό Κοινωνικό Πλεόνασμα (Social Surplus) θα είναι ίσο προς το άθροισμα των ανωτέρω πλεονασμάτων:

$$SS = \lambda \cdot \sum_i Q_i - \sum_i b_i \cdot Q_i - \tau \cdot \sum_i \eta_i \cdot Q_i + \lambda \cdot \sum_k q_k + \sum_k f_k \cdot q_k - \sum_k w_k \cdot q_k + CAP \cdot L - \lambda \cdot L + \sum_j c_j \cdot D_j - \lambda \cdot \sum_j D_j \quad (1)$$

Λαμβάνοντας υπόψη την ακόλουθη εξίσωση ενεργειακής ισορροπίας:

$$\sum_i Q_i + \sum_k q_k = L + \sum_j D_j \quad (2)$$

η ανωτέρω έκφραση του Κοινωνικού Πλεονάσματος απλοποιείται σημαντικά ως ακολούθως:

$$SS = CAP \cdot L + \sum_j c_j D_j - \sum_i (b_i Q_i + \tau \cdot \eta_i Q_i) + \sum_k f_k q_k - \sum_k w_k q_k \quad (3)$$

Η Αγορά ισορροπεί στο σημείο εκείνο το οποίο μεγιστοποιεί το Κοινωνικό Πλεόνασμα **SS**. Δηλαδή με δεδομένα τα **CAP**, **L**, **c<sub>j</sub>**, **b<sub>i</sub>**, **τ**, **η<sub>i</sub>**, **f<sub>k</sub>**, **q<sub>k</sub>** και **w<sub>k</sub>** αναζητούνται τα μεγέθη **Q<sub>i</sub>** και **D<sub>j</sub>** ώστε αφενός να **μεγιστοποιείται** το **SS** και αφετέρου να ικανοποιείται τόσο ο ισοτικός περιορισμός (2), όσο και οι ακόλουθοι ανισοτικοί περιορισμοί:

$$\underline{Q}_i \leq Q_i \leq \bar{Q}_i \quad \text{και} \quad \mathbf{0} \leq D_j \leq \bar{D}_j \quad (4)$$

Οι περιορισμοί (4) εκφράζουν τα όρια μέσα στα οποία δύνανται να κινηθούν αφενός οι μονάδες συμβατικής παραγωγής και αφετέρου οι ποσότητες των προσφερόμενων ελαστικών φορτίων. Στην πράξη εκτός από τους περιορισμούς (4) υπάρχουν και πολλοί άλλοι περιορισμοί που μπορεί να τεθούν είτε εκ λόγων ασφαλείας του δικτύου μεταφοράς, είτε εκ λόγων τήρησης εφεδρικών ισχύος και ρύθμισης του συστήματος κ.λπ. Οι πρόσθετοι αυτοί περιορισμοί δεν είναι αναγκαίοι για την κατανόηση της μεθόδου που προτείνεται εδώ.

Από την παραπάνω απλοποιημένη διατύπωση προκύπτει κατ' αρχήν ότι η κατανομή του φορτίου στις συμβατικές μονάδες γίνεται όχι μόνο με βάση το κόστος **b<sub>i</sub>** κάθε μονάδος αλλά λαμβάνοντας υπόψη και το διοικητικό κόστος των ρύπων **τ·η<sub>i</sub>**. Αντιστοίχως, η επιλογή των ελαστικών φορτίων γίνεται με βάση τις τιμές προσφοράς αυτών **c<sub>j</sub>**.

Στο πρόβλημα αυτό άγνωστα μεγέθη είναι οι ποσότητες συμβατικής παραγωγής **Q<sub>i</sub>**, οι ποσότητες ελαστικών φορτίων **D<sub>j</sub>** και η **Οριακή Τιμή του Συστήματος λ**. Έστωσαν **Q<sub>i</sub><sup>\*</sup>**, **D<sub>j</sub><sup>\*</sup>** και **λ<sup>\*</sup>**, τα μεγέθη που προκύπτουν από τη επίλυση του παραπάνω προβλήματος βελτιστοποίησης. (Για περαιτέρω λεπτομέρειες της επίλυσης του προβλήματος αυτού βλ. Παράρτημα Α).

Στο Σχήμα που ακολουθεί δεικνύεται απλοποιημένο σχήμα των οικονομικών δοσοληψιών Εκκαθάρισης της Αγοράς. Η ΑΓΟΡΑ εισπράττει από τους καταναλωτές (μέσω των εταιρειών λιανικής πώλησης Η/Ε) το ποσό **λ<sup>#</sup>L**, ένθα **λ<sup>#</sup>** η **Οριακή Τιμή Απομάστευσης**:

$$\lambda^{\#} = \lambda^* + \frac{\sum_i Q_i^* m_i^* + \sum_k (1 - \xi) f_k q_k}{L} \quad (5)$$

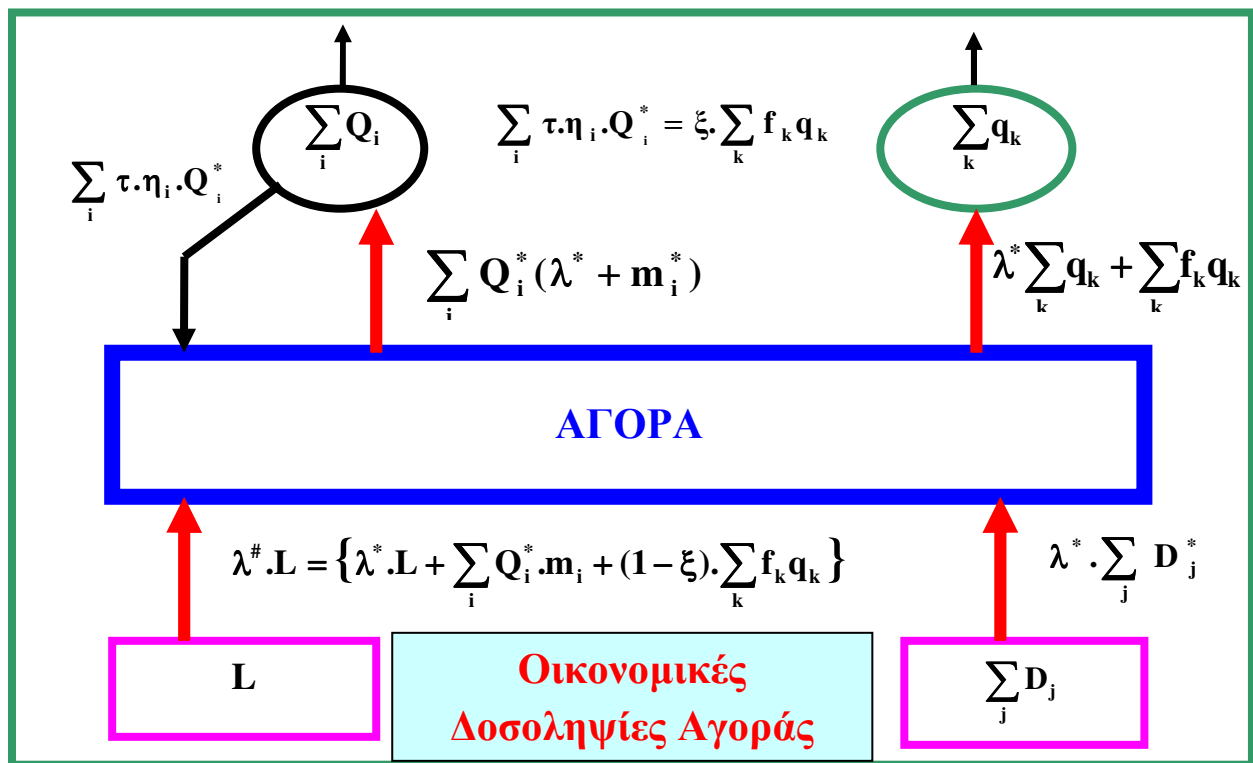
Ένθα το **ξ** ορίζεται από την σχέση: 
$$\sum_i \tau \cdot \eta_i \cdot Q_i^* = \xi \cdot \sum_k f_k q_k \quad (6)$$

Στην σχέση (5) η Οριακή Τιμή Απομάστευσης **λ<sup>#</sup>** είναι μεγαλύτερη από την Οριακή Τιμή Συστήματος **λ<sup>\*</sup>**, τόσο λόγω των πρόσθετων αμοιβών  $\sum_i Q_i^* m_i^*$  ορισμένων, ακριβών για τις

συνθήκες της Αγοράς, συμβατικών μονάδων που λειτουργούν στο Τεχνικό τους Ελάχιστο για λόγους ασφαλούς λειτουργίας του Συστήματος (βλ. Παράρτημα Α), όσο και λόγω του ποσοστού (1-ξ) των αμοιβών των παραγωγών ΑΠΕ.

Η σχέση (6) εκφράζει μία πολιτική. Την πολιτική ότι το ποσό που θα συγκεντρώνεται από το διοικητικό μέτρο φορολόγησης για τον περιορισμό των ρύπων θα διατίθεται εξολοκλήρου για την κατά ποσοστό  $\xi$  κάλυψη της αμοιβής των ΑΠΕ.

Η ΑΓΟΡΑ εισπράττει επίσης από τους καταναλωτές ελαστικών φορτίων το ποσό  $\lambda^* \cdot \sum_j D_j^*$  και αποδίδει προς τους παραγωγούς τα οικεία ποσά  $\lambda^* \sum_k q_k + \sum_k f_k q_k$  και  $\sum_i Q_i^* (\lambda^* + m_i^*)$ . Πέραν των ανωτέρω δΟΣΟΛΗΨΙΩΝ, οι συμβατικοί παραγωγοί αποδίδουν στην ΑΓΟΡΑ τα ποσά από την φορολόγηση των ρύπων  $\sum_i \tau \cdot \eta_i \cdot Q_i^*$ . Λόγω του ισοτικού περιορισμού της εξισώσεως (2) και της εξισώσεως (6) τα αθροίσματα των εισπραττόμενων, από τους καταναλωτές, ποσών και των αποδιδόμενων, στους παραγωγούς, ποσών είναι ίσα και συνεπώς η ΑΓΟΡΑ λειτουργεί χωρίς κέρδος ή ζημία.

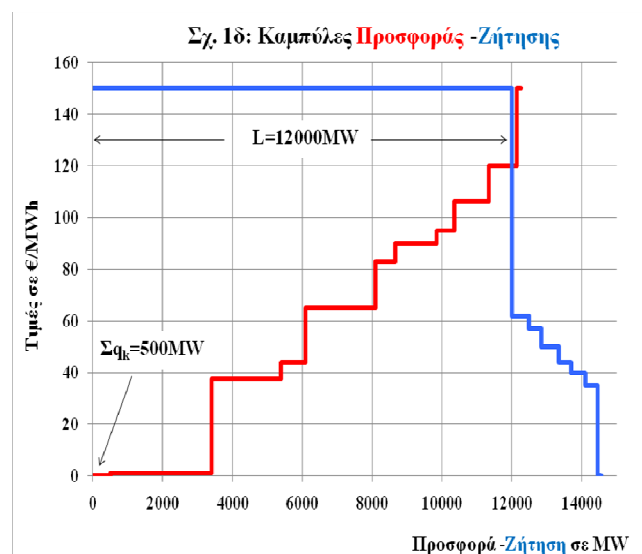
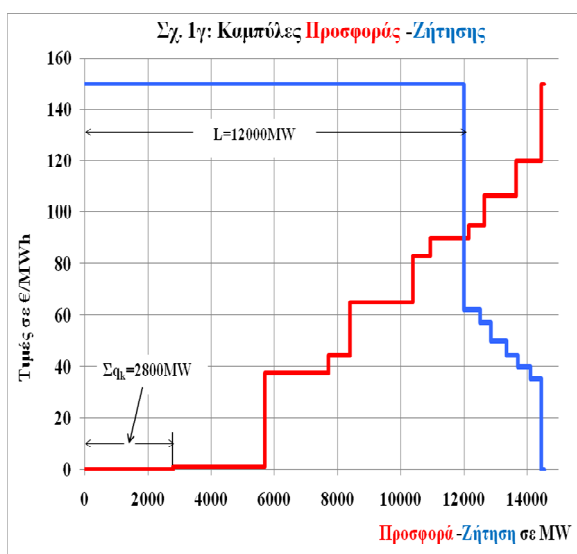
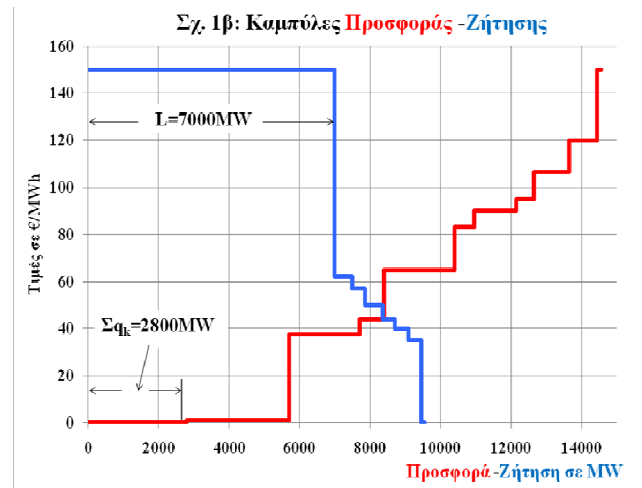
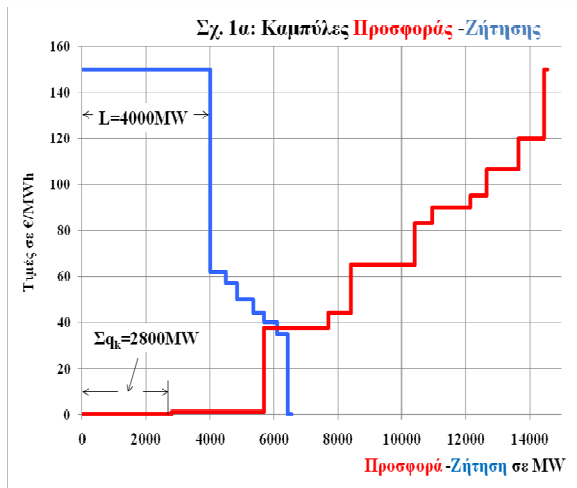


### Προσομοίωση της μεθόδου – Συμπεράσματα

Με την βοήθεια πλατφόρμας Γραμμικού Προγραμματισμού έγινε προσομοίωση μίας εξαιρετικά απλοποιημένης μορφής ενός Συστήματος παρόμοιου, ως προς τη δομή και το μέγεθος με το Ελληνικό Σύστημα Ηλεκτρικής Ενέργειας. Το Σύστημα, εκτός από τα 10650 MW συμβατικών μονάδων παραγωγής περιλάμβανε Αιολικά Πάρκα συνολικής ισχύος 3000 MW και Φωτοβολταϊκά ισχύος 600 MW. Διερευνήθηκε η λειτουργία της Αγοράς σε όλη την περιοχή ανελαστικών φορτίων από  $L=3500$  MW μέχρι  $L=14500$  MW.

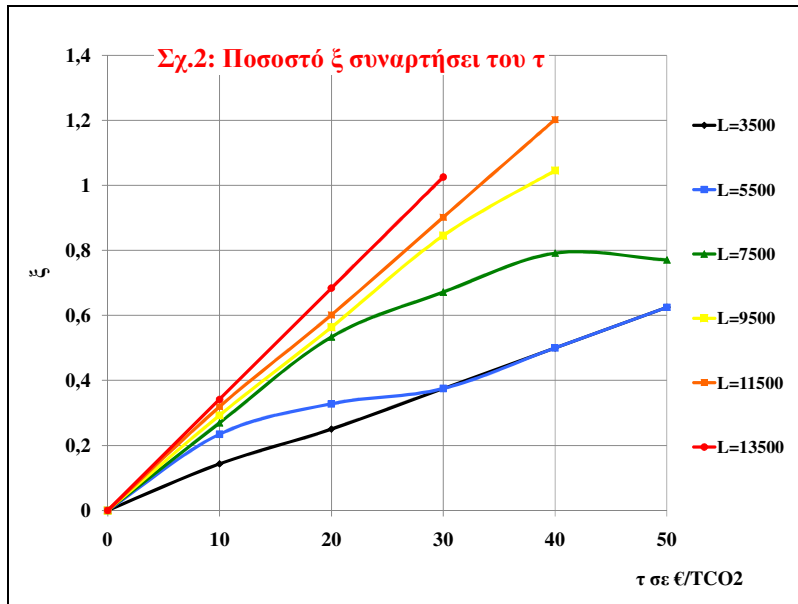
Από τις πρώτες προσομοιώσεις έγινε φανερό πως η λειτουργία του Συστήματος, αλλά και της Αγοράς, ήταν δύσκολη για την περιοχή των χαμηλών ανελαστικών φορτίων 3500 έως 6000 MW. Με ένα χαμηλό ανελαστικό φορτίο π.χ.  $L=4000$  MW και με ταυτόχρονη Παραγωγή από ΑΠΕ

$q=2800$  MW οι συμβατικές μονάδες, εάν δεν υπάρχουν ελαστικά φορτία (άντλησης/αποθήκευσης ή εξαγωγών), θα έπρεπε να παράγουν μόλις  $4000-2800=1200$  MW, γεγονός που θα απαιτούσε την κράτηση (σβύσιμο) αρκετών δυσκίνητων θερμικών μονάδων παραγωγής (βλ. Σχ.1α). Ως εκ τούτου η επέκταση των ελαστικών φορτίων του Συστήματος με νέες διατάξεις αποθήκευσης (άντλησης/φόρτισης συσσωρευτών/αφαλάτωσης κλπ) και η αύξηση των εξαγωγών κατά τις ώρες χαμηλού φορτίου  $L$  είναι απαραίτητη για την ασφαλή λειτουργία του Συστήματος, αλλά και για την εξασφάλιση της ομαλής λειτουργίας της Αγοράς.

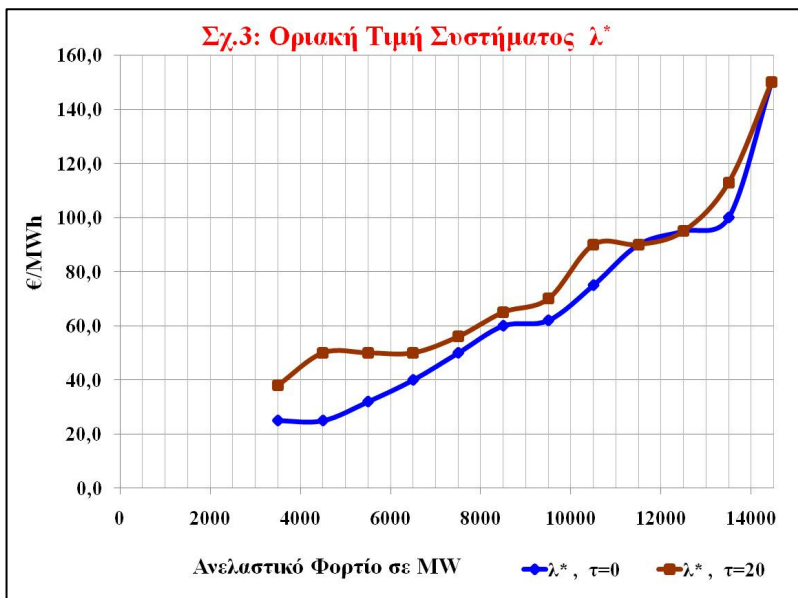


Στο Σχ. 1β δεικνύεται η περίπτωση ενδιάμεσου ανελαστικού φορτίου (7000MW), ενώ στα Σχ. 1γ και 1δ δεικνύεται η περίπτωση υψηλού ανελαστικού φορτίου (12000MW) το οποίο, στο Σχ. 1γ, όταν η συνολική παραγωγή από ΑΠΕ είναι υψηλή (2800MW), μπορεί άνετα να εξυπηρετηθεί, ενώ στο Σχ. 1δ, όταν η συνολική παραγωγή από ΑΠΕ είναι μόλις 500MW, οριακά εξυπηρετείται.

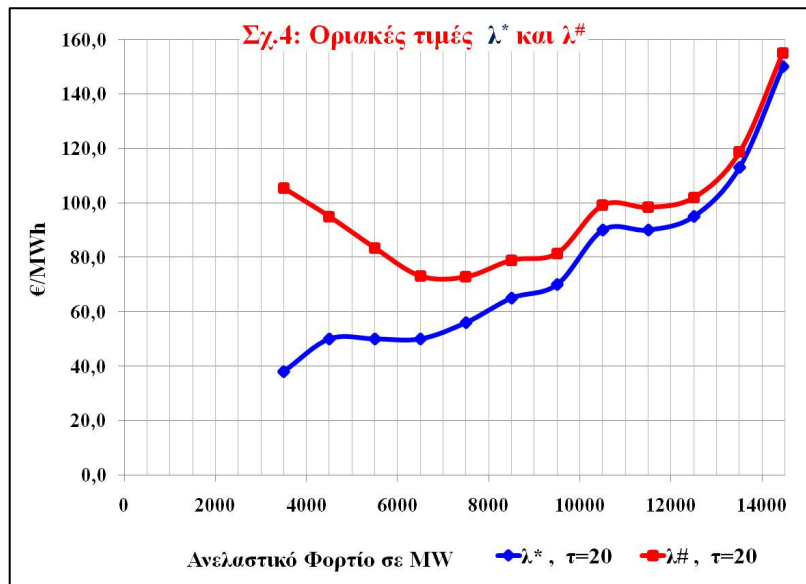
Στο Σχ. 2 παρουσιάζεται η εξάρτηση του ποσοστού  $\xi$  από την διοικητικά καθορισμένη τιμή φορολόγησης των ρύπων  $\tau$  για διάφορα ανελαστικά φορτία  $L$ . Από το Σχ. 2 παρατηρούμε ότι για  $\tau \geq 30$  €/TCO<sub>2</sub> το  $\xi$  υπερβαίνει, για μεγάλα φορτία  $L$ , την τιμή 1, γεγονός που σημαίνει ότι έχουμε υπερφορολόγηση των συμβατικών παραγωγών. Προς αποφυγή της υπερφορολόγησης των συμβατικών παραγωγών αποφασίστηκε να χρησιμοποιηθεί η εύλογη τιμή  $\tau = 20$  €/TCO<sub>2</sub>.



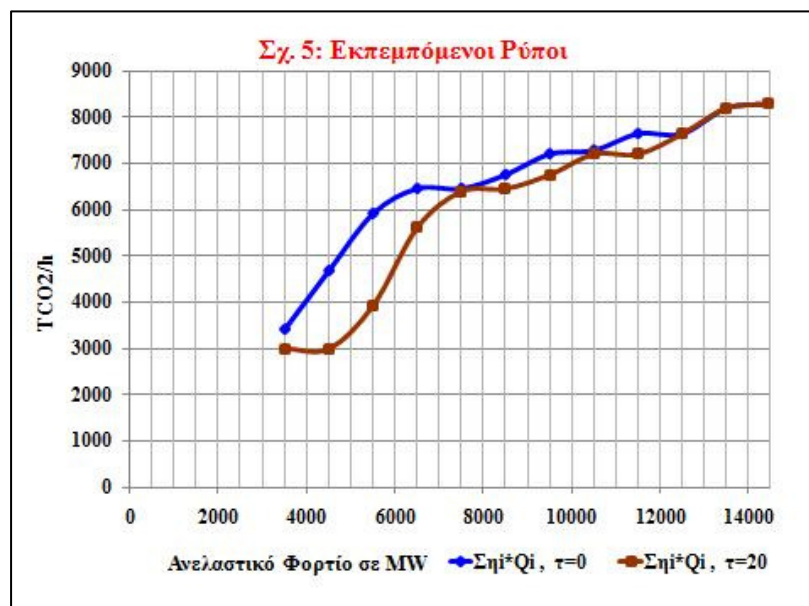
Στο Σχ. 3 δεικνύεται η μεταβολή της Οριακής Τιμής Συστήματος  $\lambda^*$  συναρτήσει του ανελαστικού φορτίου  $L$  για την περίπτωση  $\tau = 20 \text{ €/TCO}_2$  και για την περίπτωση που δεν υπάρχει φόρος ρύπων ( $\tau=0$ ). Όπως έπρεπε να αναμένεται, η φορολόγηση των ρύπων οδηγεί σε αύξηση της Οριακής Τιμής  $\lambda^*$ .



Στο Σχ. 4 δεικνύεται η μεταβολή των Οριακών Τιμών Συστήματος ( $\lambda^*$ ) και Απομάστευσης ( $\lambda^\#$ ) συναρτήσει του φορτίου  $L$ , όταν έχει υιοθετηθεί η τιμή φόρου  $\tau = 20 \text{ €/TCO}_2$ . Σημειώνεται ότι στα παραπάνω σχήματα η συνολική παραγωγή από μονάδες ΑΠΕ διατηρείται σταθερά στα 2800MW για όλες τις τιμές του ανελαστικού φορτίου  $L$ . Αυτό σημαίνει ότι στα χαμηλά φορτία, π.χ.  $L=4000 \text{ MW}$ , η αναλογία παραγωγής από ΑΠΕ (π.χ. 2800 MW) μπορεί να είναι δυσαναλόγως μεγάλη με συνέπεια πολλές θερμικές μονάδες να λειτουργούν αντικοινωνικά στα τεχνικά τους ελάχιστα και το γεγονός αυτό εξηγεί την μεγάλη διαφορά  $\lambda^\# - \lambda^*$  στην περιοχή χαμηλών φορτίων.



Τέλος στο Σχ. 5 δεικνύονται οι εκπεμπόμενοι ρύποι συναρτήσει του φορτίου  $L$  για τις περιπτώσεις χωρίς φόρο ( $\tau=0$ ) και με φόρο ( $\tau = 20 \text{ €/TCO}_2$ ). Από το σχήμα αυτό προκύπτει το συμπέρασμα ότι η φορολόγηση των ρύπων όντως οδηγεί σε ελάττωση των εκπομπών κυρίως στην περιοχή των χαμηλών φορτίων. Αντίθετα, στα πολύ υψηλά φορτία, το Σύστημα Παραγωγής, προκειμένου να καλύψει την ζήτηση, χρησιμοποιεί ούτως ή άλλως όλες τις θερμικές μονάδες στην πλήρη τους ισχύ με συνέπεια η φορολόγηση των ρύπων να μην οδηγεί σε ελάττωση των εκπομπών.



## Το δέον γενέσθαι

Οι παραπάνω προσομοιώσεις έγιναν προκειμένου να διαπιστωθεί ότι η πρόταση μπορεί να υλοποιηθεί και ότι έχει τα αναμενόμενα αποτελέσματα. Τα ως άνω αποτελέσματα δείχνουν ότι η προτεινόμενη μέθοδος οδηγεί σε σωστά και αναμενόμενα αποτελέσματα. Επομένως σε δεύτερο στάδιο είναι αναγκαίο να γίνουν προσομοιώσεις της μεθόδου σε πλήρη κλίμακα των μεγεθών του Ελληνικού Συστήματος Ηλεκτρικής Ενέργειας και για διάφορα σενάρια διείσδυσης των ΑΠΕ

προκειμένου να εντοπισθούν τυχόν αδυναμίες ή προβλήματα και να προσδιοριστεί η περιοχή τιμών της παραμέτρου  $\tau$  φορολόγησης των ρύπων προκειμένου να εκτιμηθούν οι επιπτώσεις της τόσο στην Αγορά Ηλεκτρισμού, όσο και στην ανάπτυξη των ΑΠΕ. Ταυτόχρονα θα πρέπει:

1. Να εκτιμηθούν οι επιπτώσεις στα Τιμολόγια των Καταναλωτών και στην βιωσιμότητα των επενδύσεων ΑΠΕ και
2. Να μελετηθούν τα ρυθμιστικά θέματα ώστε να προετοιμαστούν οι αναγκαίες αλλαγές του Κώδικα Διαχείρισης και Συναλλαγών Ηλ. Ενέργειας.

## ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ

Η μεγιστοποίηση του Κοινωνικού Πλεονάσματος

$$SS = CAP \cdot L + \sum_j c_j D_j - \sum_i (b_i Q_i + \tau \cdot \eta_i Q_i) + \sum_k f_k q_k - \sum_k w_k q_k$$

υπό τους περιορισμούς

$$\sum_i Q_i + \sum_k q_k = L + \sum_j D_j,$$

$$\underline{Q}_i \leq Q_i \leq \bar{Q}_i \quad \text{και} \quad 0 \leq D_j \leq \bar{D}_j$$

οδηγεί στον σχηματισμό της ακόλουθης συναρτήσεως Lagrange:

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = CAP \cdot L + \sum_j c_j D_j - \sum_i (b_i Q_i + \tau \cdot \eta_i Q_i) + \sum_k f_k q_k - \sum_k w_k q_k &+ \lambda \cdot \{ \sum_i Q_i + \sum_k q_k - L - \sum_j D_j \} \\ &+ \sum_i m_i \cdot (Q_i - \underline{Q}_i) + \sum_i M_i \cdot (\bar{Q}_i - Q_i) + \sum_j \mu_j \cdot (\bar{D}_j - D_j) + \sum_j \underline{\mu}_j \cdot D_j \end{aligned}$$

Άγνωστα μεγέθη είναι τα  $Q_i$ ,  $D_j$ ,  $\lambda$ ,  $m_i$ ,  $M_i$ ,  $\underline{\mu}_j$  και  $\mu_j$ . Παραγωγίζοντας την συνάρτηση  $\mathcal{L}$  ως προς τα άγνωστα μεγέθη λαμβάνουμε:

$$\partial \mathcal{L} / \partial Q_i = -b_i - \tau \cdot \eta_i + \lambda + m_i - M_i = 0$$

$$\partial \mathcal{L} / \partial D_j = c_j - \lambda - \mu_j + \underline{\mu}_j = 0$$

$$\partial \mathcal{L} / \partial \lambda = \sum_i Q_i + \sum_k q_k - L - \sum_j D_j = 0$$

$$\partial \mathcal{L} / \partial m_i = Q_i - \underline{Q}_i \geq 0 \quad m_i \geq 0 \quad m_i \cdot (Q_i - \underline{Q}_i) = 0$$

$$\partial \mathcal{L} / \partial M_i = \bar{Q}_i - Q_i \geq 0 \quad M_i \geq 0 \quad M_i \cdot (\bar{Q}_i - Q_i) = 0$$

$$\partial \mathcal{L} / \partial \mu_j = \bar{D}_j - D_j \geq 0 \quad \mu_j \geq 0 \quad \mu_j \cdot (\bar{D}_j - D_j) = 0$$

$$\partial \mathcal{L} / \partial \underline{\mu}_j = D_j \geq 0 \quad \underline{\mu}_j \geq 0 \quad \underline{\mu}_j \cdot D_j = 0$$

Η λύση του ως άνω προβλήματος γραμμικού προγραμματισμού οδηγεί σε διαχωρισμό των συμβατικών μονάδων σε τρεις κατηγορίες:

(α) Στο σύνολο των μονάδων  $\mathcal{X}$  οι οποίες είναι **ακριβότερες** από την Οριακή Τιμή Συστήματος και, για το λόγο αυτό, λειτουργούν στο ελάχιστο της δυναμικότητάς τους. Για τις μονάδες αυτές θα ισχύουν οι σχέσεις:  $Q_i^* = \underline{Q}_i$ ,  $M_i^* = 0$ , και  $m_i^* = b_i + \tau \cdot \eta_i - \lambda^* > 0$ . Είναι φανερό ότι οι μονάδες αυτής της κατηγορίας

ζημιώνονται και για τον λόγο αυτό θα πρέπει, πέραν της αμοιβής  $\lambda^* Q_i^*$  να εισπράττουν και το πρόσθετο ποσό  $m_i^* \cdot Q_i^*$  (βλ. σχέση (5)).

(β) Στο σύνολο των μονάδων  $\mathcal{Y}$  οι οποίες είναι **φθηνότερες** από την Οριακή Τιμή Συστήματος και, για το λόγο αυτό, λειτουργούν στο μέγιστο της δυναμικότητάς τους. Για τις μονάδες αυτές θα ισχύουν οι σχέσεις:

$Q_i^* = \bar{Q}_i$ ,  $m_i^* = 0$ , και  $M_i^* = \lambda^* - b_i - \tau \cdot \eta_i > 0$ . Είναι φανερό ότι οι μονάδες αυτής της κατηγορίας πραγματοποιούν κέρδη και δεν χρειάζονται άλλη αμοιβή πέραν εκείνης με την Οριακή Τιμή Συστήματος  $\lambda^* Q_i^*$ .



(γ) Στο σύνολο των μονάδων  $\Phi$  με προσφορά ίση προς την Οριακή Τιμή Συστήματος. Οι μονάδες αυτές καλούνται **Οριακές**. Για τις μονάδες αυτές θα ισχύουν οι σχέσεις:  $\underline{Q}_i < Q_i^* < \overline{Q}_i$ ,  $\underline{m}_i^* = 0$ ,  $\overline{M}_i^* = 0$  και  $\lambda^* = \mathbf{b}_i + \tau \cdot \eta_i$ . Είναι φανερό ότι οι μονάδες αυτής της κατηγορίας δεν πραγματοποιούν κέρδη, αλλά ούτε και ζημιά.

Ανάλογη κατάταξη μπορεί να γίνει και για τα ελαστικά φορτία  $\mathbf{D}_j$ :

(Α) Πλήρως αποδεκτά Φορτία :  $\mathbf{D}_j^* = \overline{\mathbf{D}}_j$ ,  $\underline{\mu}_j^* = \mathbf{c}_j - \lambda^*$

(Β) Μη αποδεκτά Φορτία :  $\mathbf{D}_j^* = \mathbf{0}$ ,  $\underline{\mu}_j^* = \mathbf{c}_j + \lambda^*$

(Γ) Οριακά Φορτία :  $\mathbf{0} < \mathbf{D}_j^* < \overline{\mathbf{D}}_j$ ,  $\lambda^* = \mathbf{c}_j$  και  $\underline{\mu}_j^* = \overline{\mu}_j^* = \mathbf{0}$